５ レーダポーラリメトリの基礎

本資料の図面の多くは以下の文献より引用しています
山口芳雄 レーダポーラリメトリの基礎と応用、電子情報通信学会、2007

偏波 (Wave Polarization)

$$\boldsymbol{E}(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)\widehat{\boldsymbol{x}}$$ x方向に電界成分をもつ平面波

$$\boldsymbol{E} = \widehat{\boldsymbol{x}} a e^{-j(kz-\phi_a)} + \widehat{\boldsymbol{y}} b e^{-j(kz-\phi_b)}$$

x,y方向に電界成分を持つ平面波のフェザー表示

これを成分毎に書き下せば:

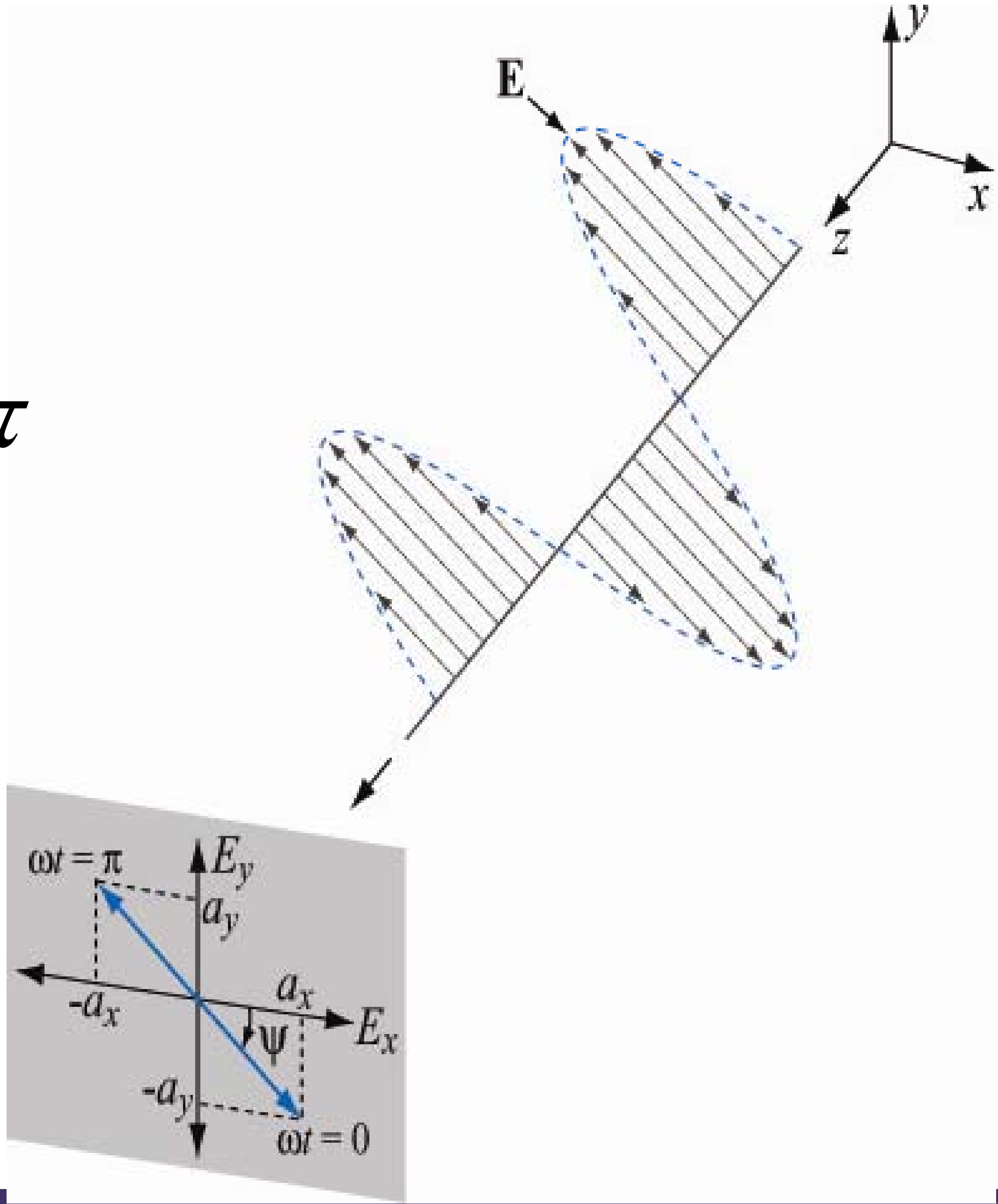
$$E_x = a\cos(\omega t - kz + \phi_a)$$

$$E_y = b\cos(\omega t - kz + \phi_b)$$

直線偏波

$$\phi = \phi_a - \phi_b = 0, \pi$$

$$E_y = \pm\left(\frac{b}{a}\right)E_x$$



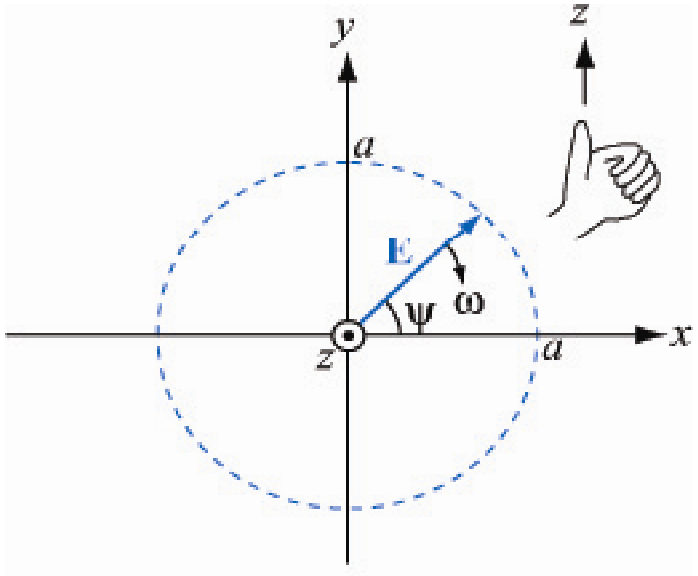
円偏波

$$\phi = \phi_a - \phi_b = \pm\frac{\pi}{2}$$

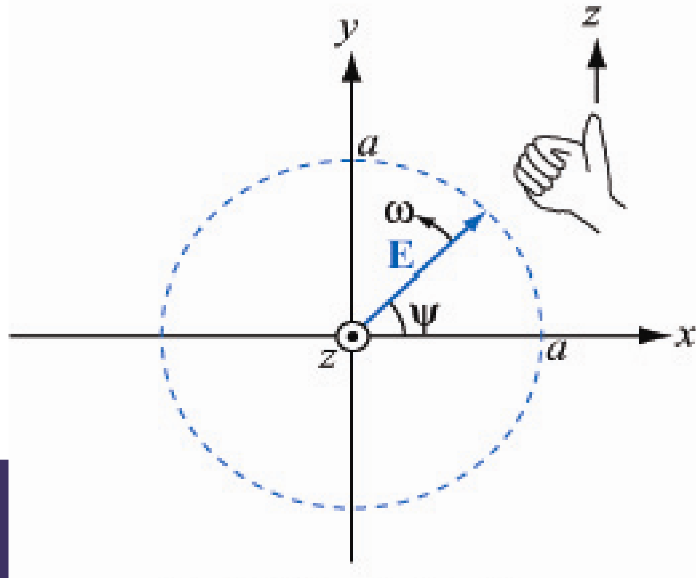
$$A = \frac{b}{a} = 1$$

$$E_x = a\cos(\omega t - kz + \phi_a)$$
$$E_y = -b\sin(\omega t - kz + \phi_a)$$

$$E_x^{\,2} + E_y^{\,2} = a^2$$



(a) LHC polarization



(b) RHC polarization

右旋円偏波

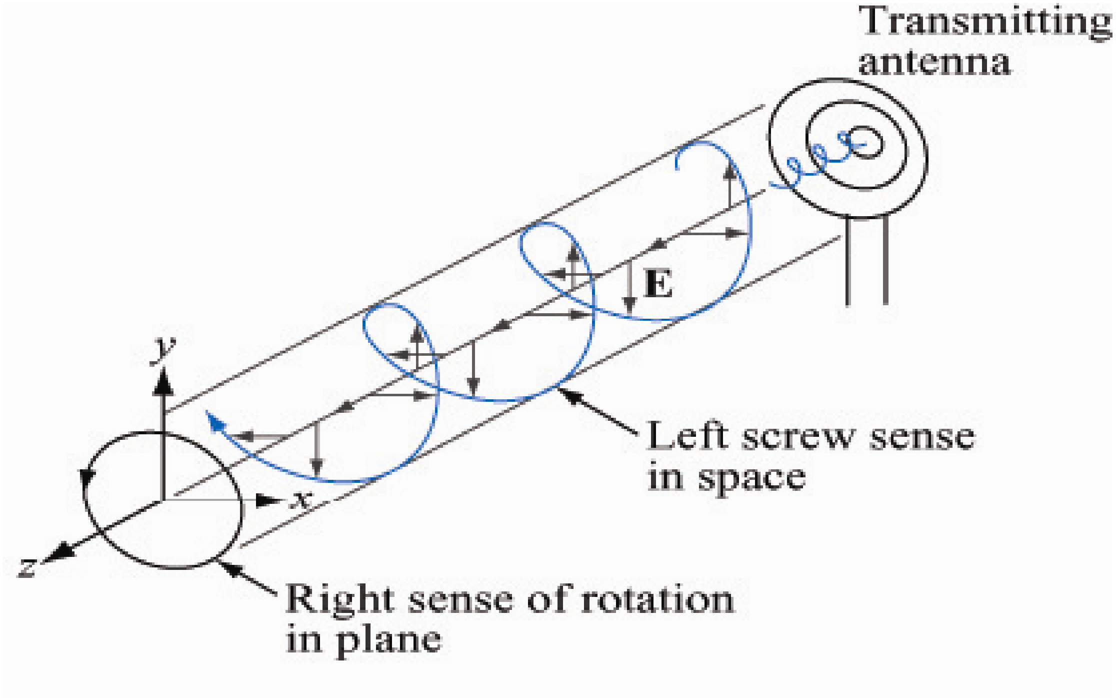


Figure 7-9

楕円偏波

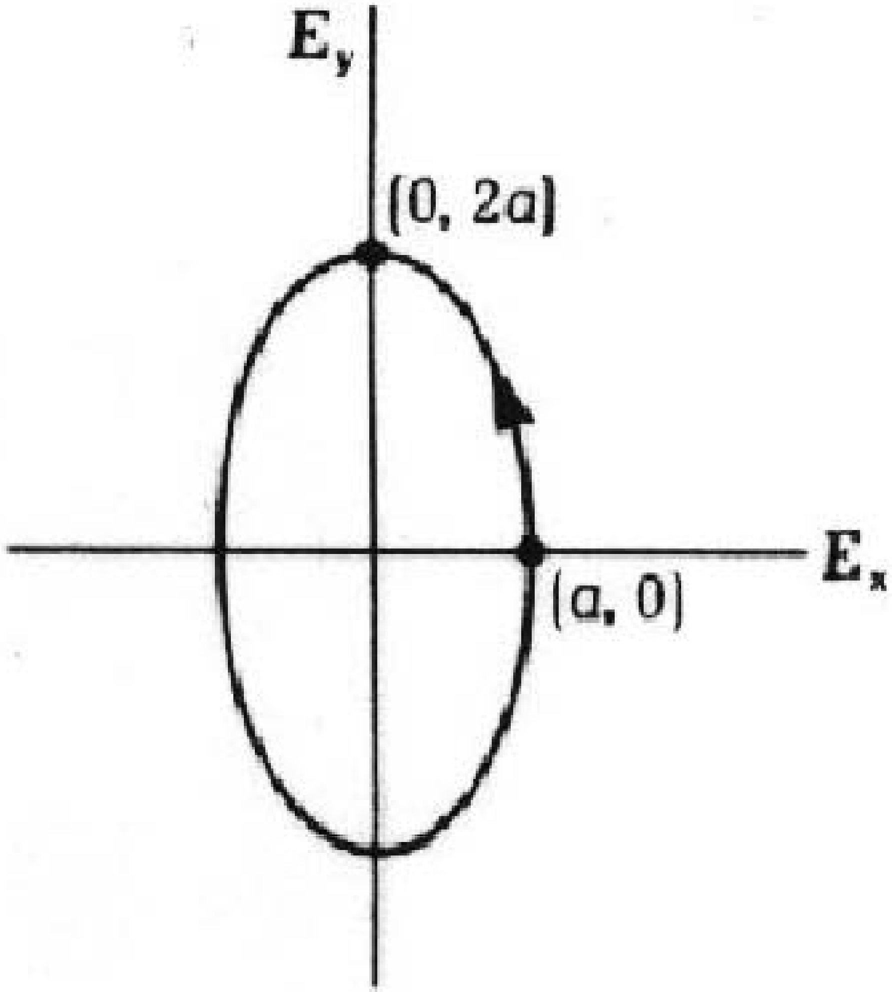
$$A = b/a = 2$$

$$\phi = -\pi/2$$

$$E_x = a\cos(\omega t - kz + \phi_a)$$

$$E_y = 2a\sin(\omega t - kz + \phi_a)$$

$$\left(\frac{E_x}{a}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{2a}\right)^2 = 1$$

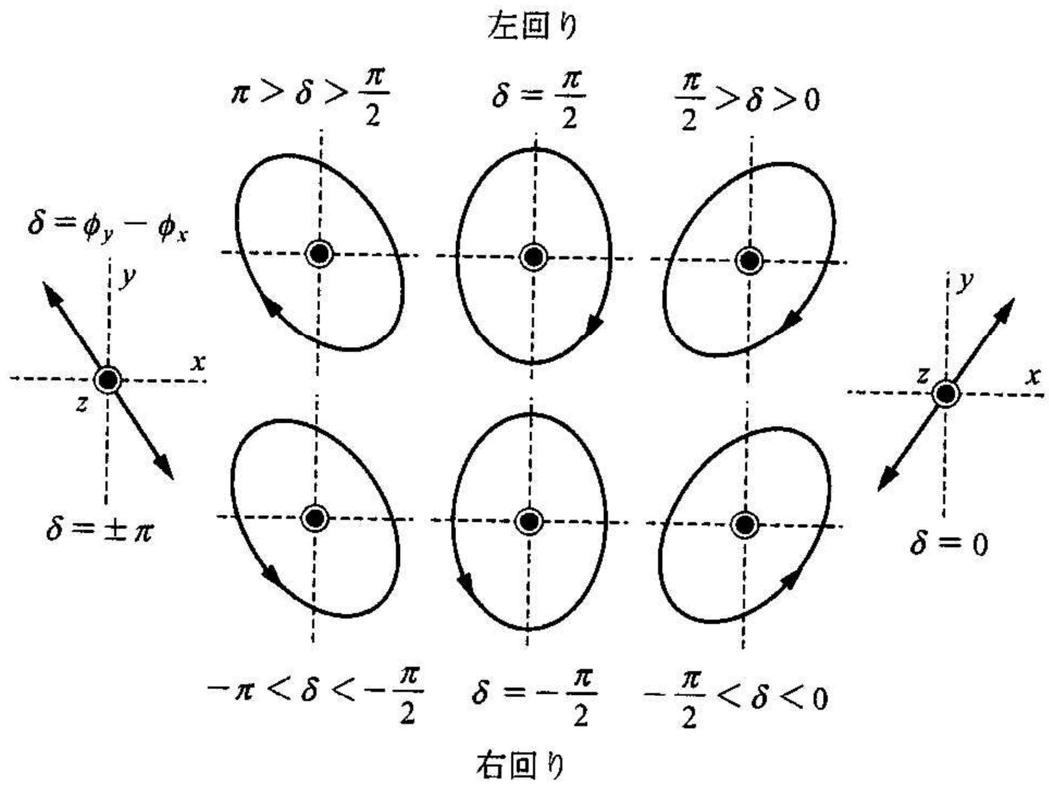


楕円偏波の一般形

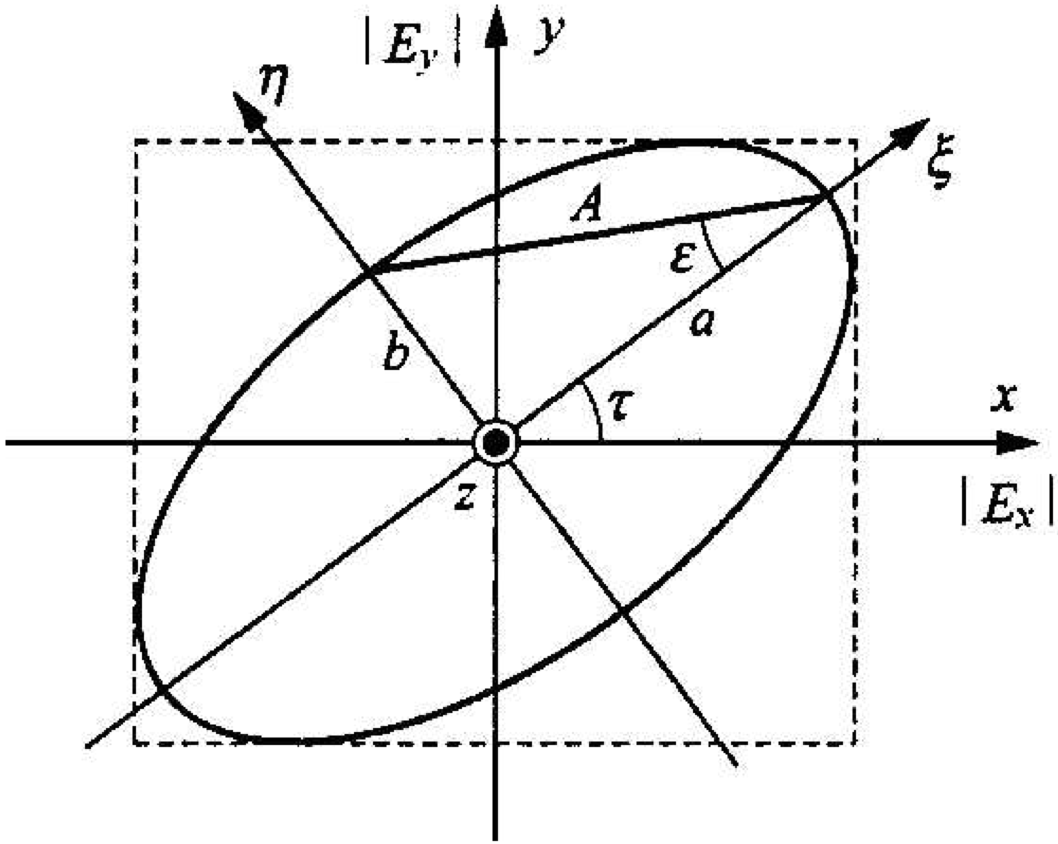
$$\boldsymbol{E} = (\hat{\boldsymbol{x}}E_x + \hat{\boldsymbol{y}}E_y)e^{-jkz}$$

$$\frac{E_y}{E_x} = Ae^{j\delta}$$

$$\delta = \phi_x - \phi_y$$



一般的な偏波状態の表現

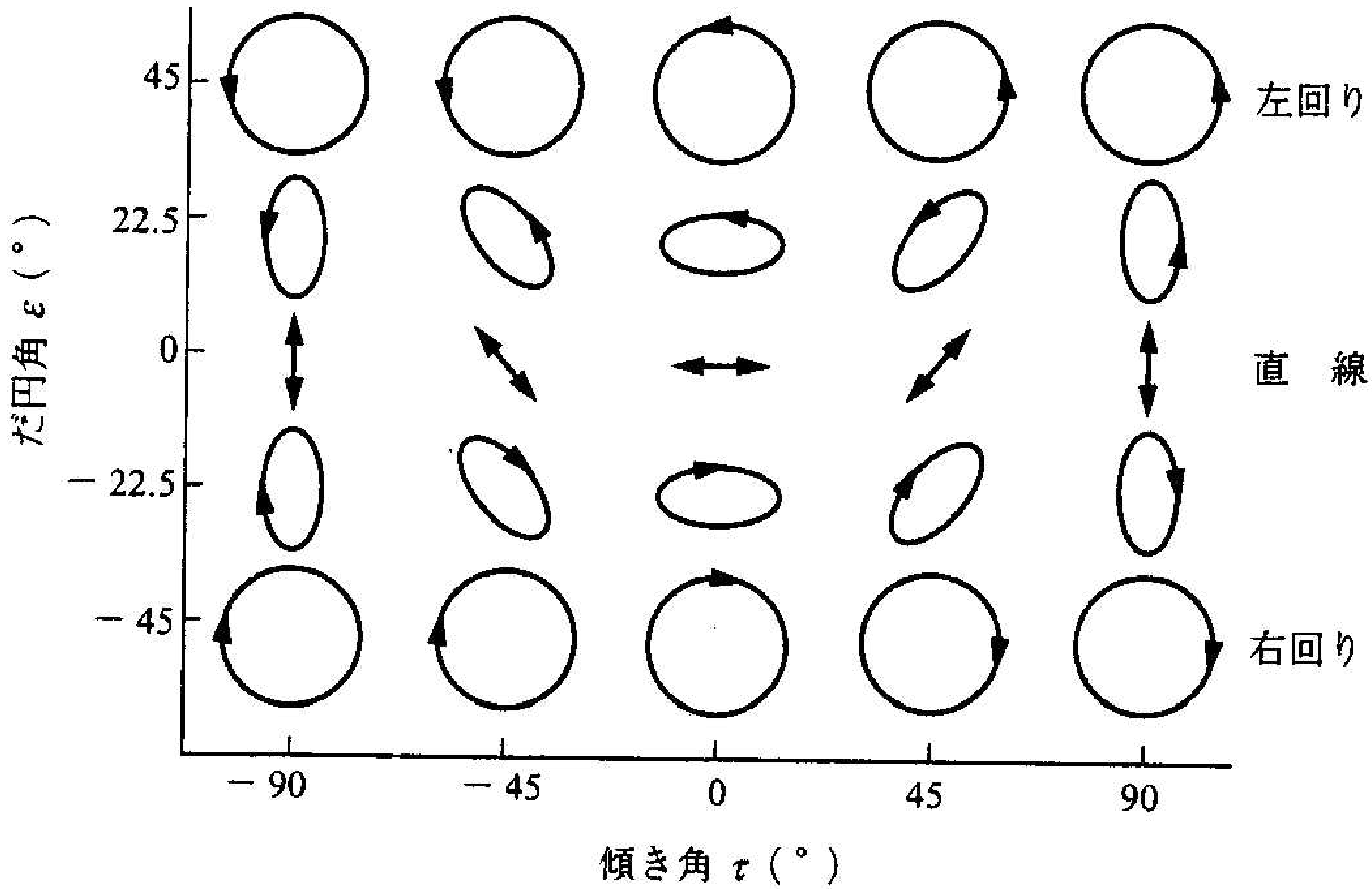


Tilt angle τ

(Orientation angle)

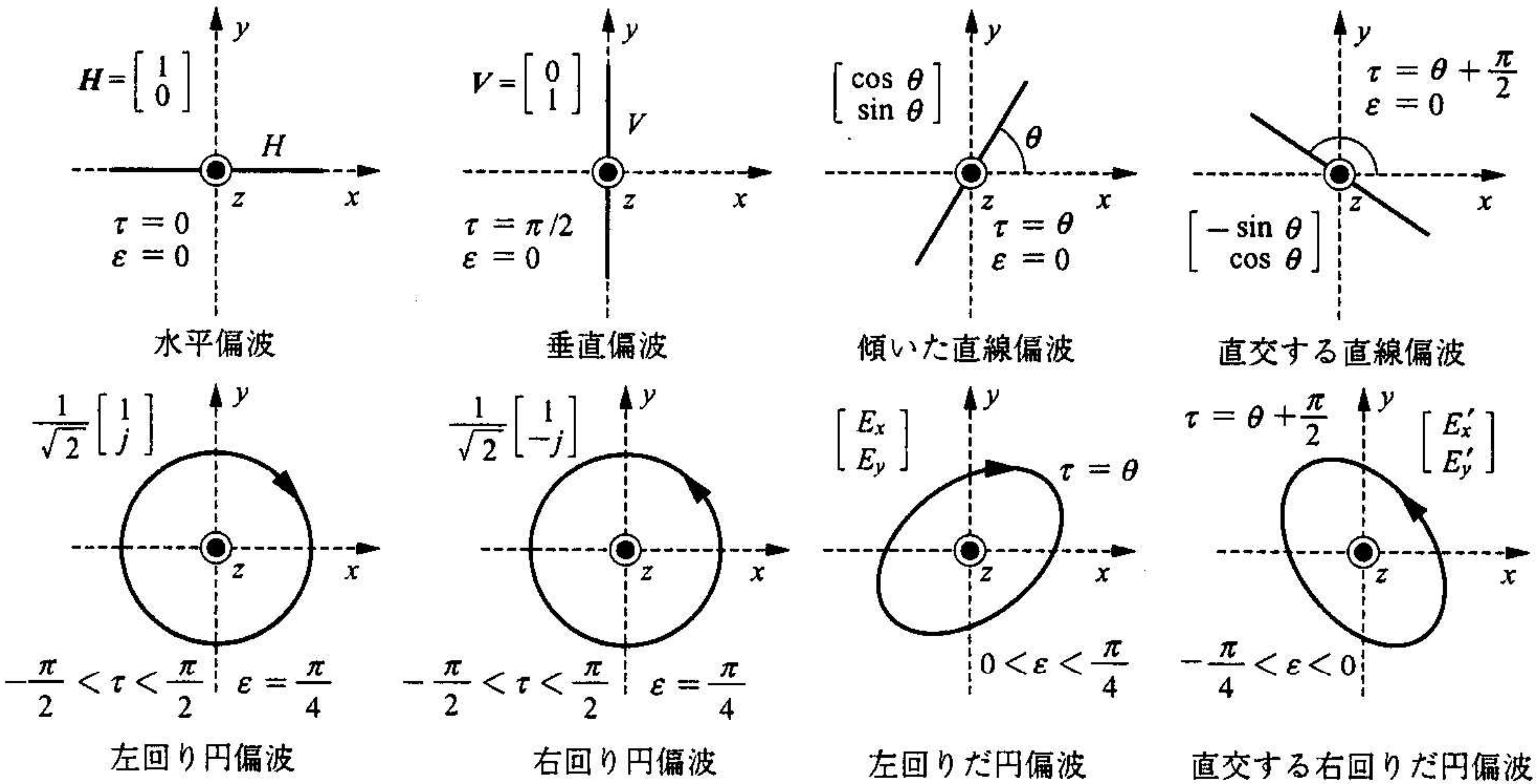
Ellipticity angle ε

偏波の表現



ジョーンズ　ベクトル

$$E_0 = \begin{bmatrix} |E_x| \\ |E_y| e^{j\delta} \end{bmatrix}$$



偏波基底

直線偏波においてX成分とy成分は直交している。

同様に45度と135度も

散乱行列

送信電界

$$\boldsymbol{E}^{t}=\begin{bmatrix}E_x\\E_y\end{bmatrix}$$

散乱体への入射電界

$$\boldsymbol{E}^{i}=\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{4\pi r}}\boldsymbol{E}^{t}$$

散乱電界

$$\boldsymbol{E}^{S}=\begin{bmatrix}E_x^S\\E_y^S\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{xx}&S_{xy}\\S_{yx}&S_{yy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_x\\E_y\end{bmatrix}$$

散乱行列による散乱
電界の表示

$$\boldsymbol{E}^{S}=\left[S\right]\boldsymbol{E}^{t}$$

規格化された散乱行列

$$[S]=\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix}$$

散乱行列

$$[S]=S_{xx}\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{S_{xy}}{S_{xx}} \\ \dfrac{S_{yx}}{S_{xx}} & \dfrac{S_{yy}}{S_{xx}} \end{bmatrix}=S_{xx}\begin{bmatrix} 1 & \hat{S}_{xy} \\ \hat{S}_{yx} & \hat{S}_{yy} \end{bmatrix}$$

1成分での規格化

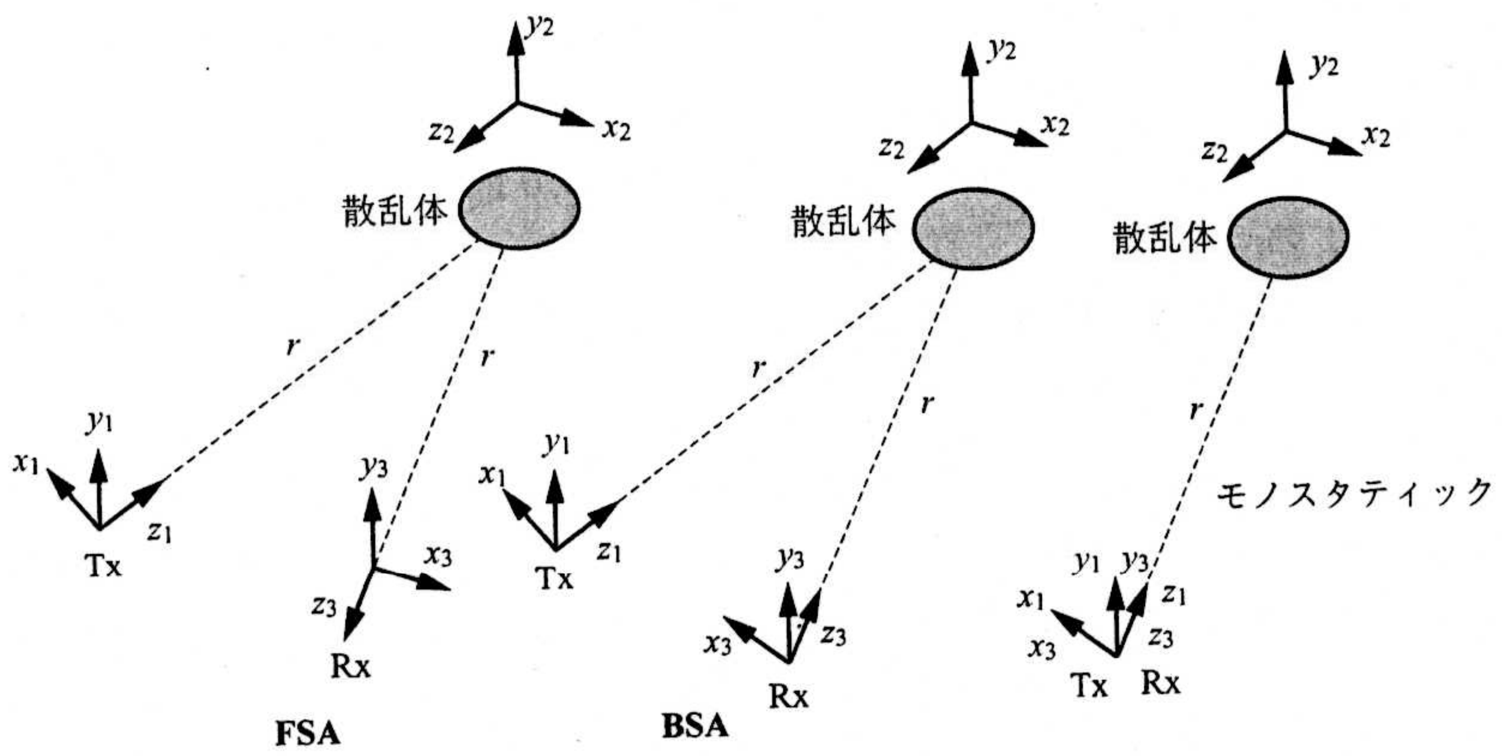
(複素表示)

$$\left[\hat{S}\right]=\begin{bmatrix} 1 & \hat{S}_{xy} \\ \hat{S}_{yx} & \hat{S}_{yy} \end{bmatrix}$$

規格化された散乱行列

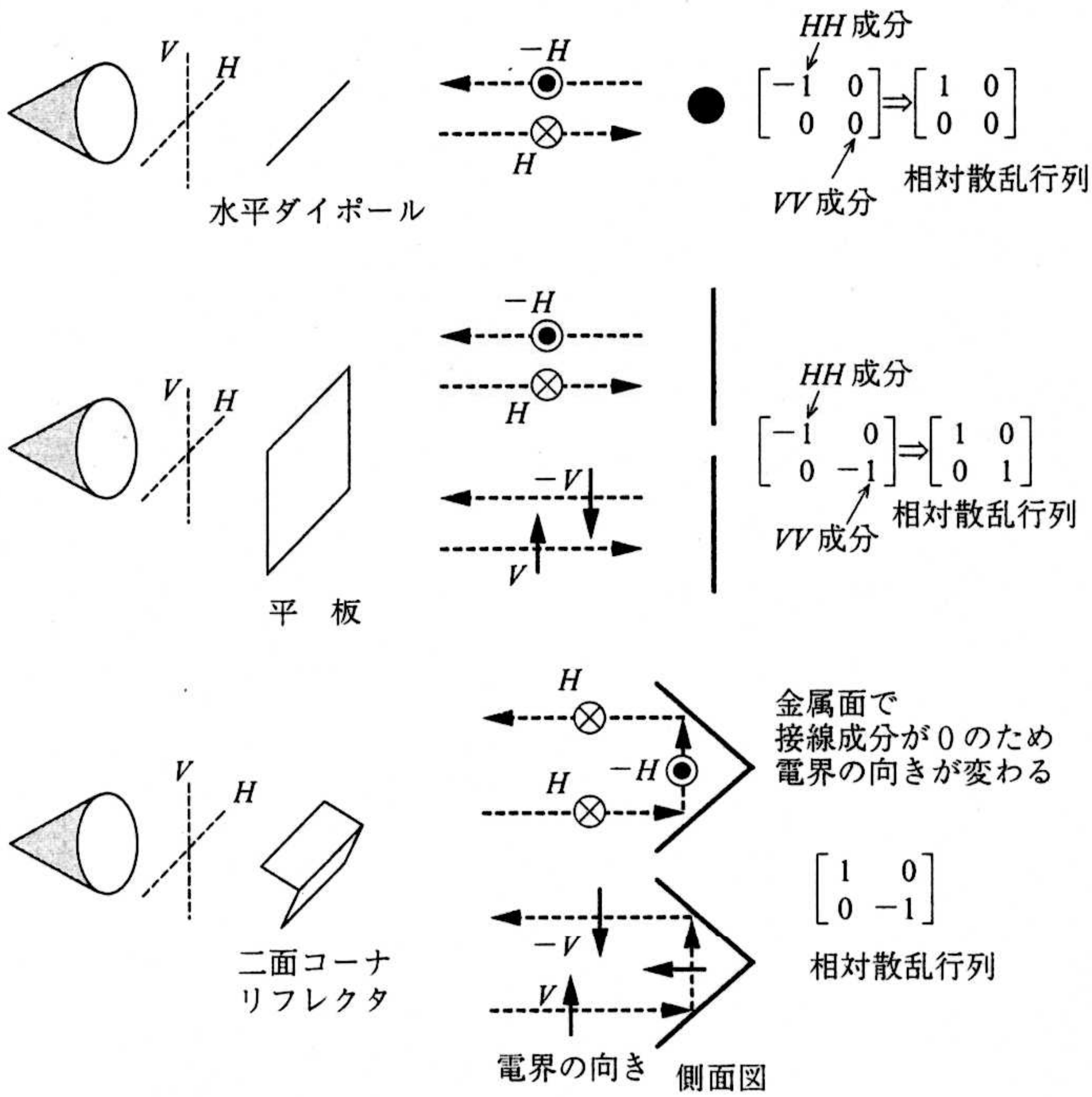
（位相の絶対値に意味がない）

散乱行列の座標系(BSA)



前方散乱（Forward Scattering Alignment），Bistatic Scattering Alignment，後方散乱（Monostatic Scattering Alignment）の比較

TOHOKU UNIVERSITY


V
H
−H
H
HH成分
VV成分
$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
相対散乱行列
水平ダイポール
−H
H
−V
V
HH成分
VV成分
$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
相対散乱行列
平　板
H
H
−H
金属面で
接線成分が０のため
電界の向きが変わる
−V
V
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
相対散乱行列
二面コーナ
リフレクタ
電界の向き
側面図

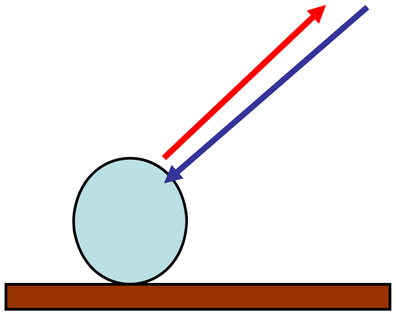
FDTDによる散乱のシミュレーション

2面反射鏡（HH編波）

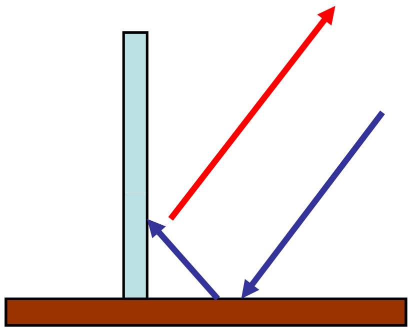
コンクリート路面と建造物（HH偏波）

Pauli Decomposition

$$\begin{pmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{pmatrix} = \underbrace{\alpha\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{Single Bounce}} + \underbrace{\beta\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{\text{Double Bounce}} + \underbrace{\gamma\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Volume Scattering}}$$



1回反射



2回反射

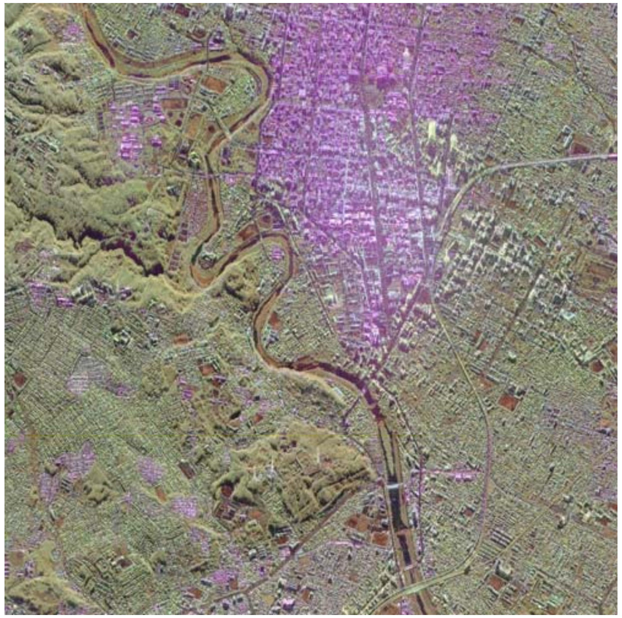
$$\alpha = \frac{S_{HH} + S_{VV}}{2}$$

$$\beta = \frac{S_{HH} - S_{VV}}{2}$$

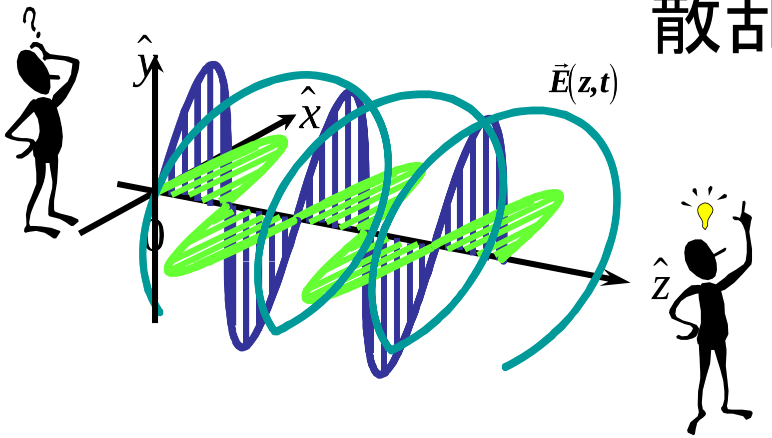
$$\gamma = S_{HV}$$

レーダポーラリメトリの情報量

$$[\mathbf{S}] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} = \left|\sigma^0\right| e^{j\phi_{HH}} \begin{bmatrix} 1 & \tilde{S}_{HV} \\ \tilde{S}_{VH} & \tilde{S}_{VV} \end{bmatrix}$$



Sinclair Matrix
Scattering Matrix
散乱行列



偏波合成画像

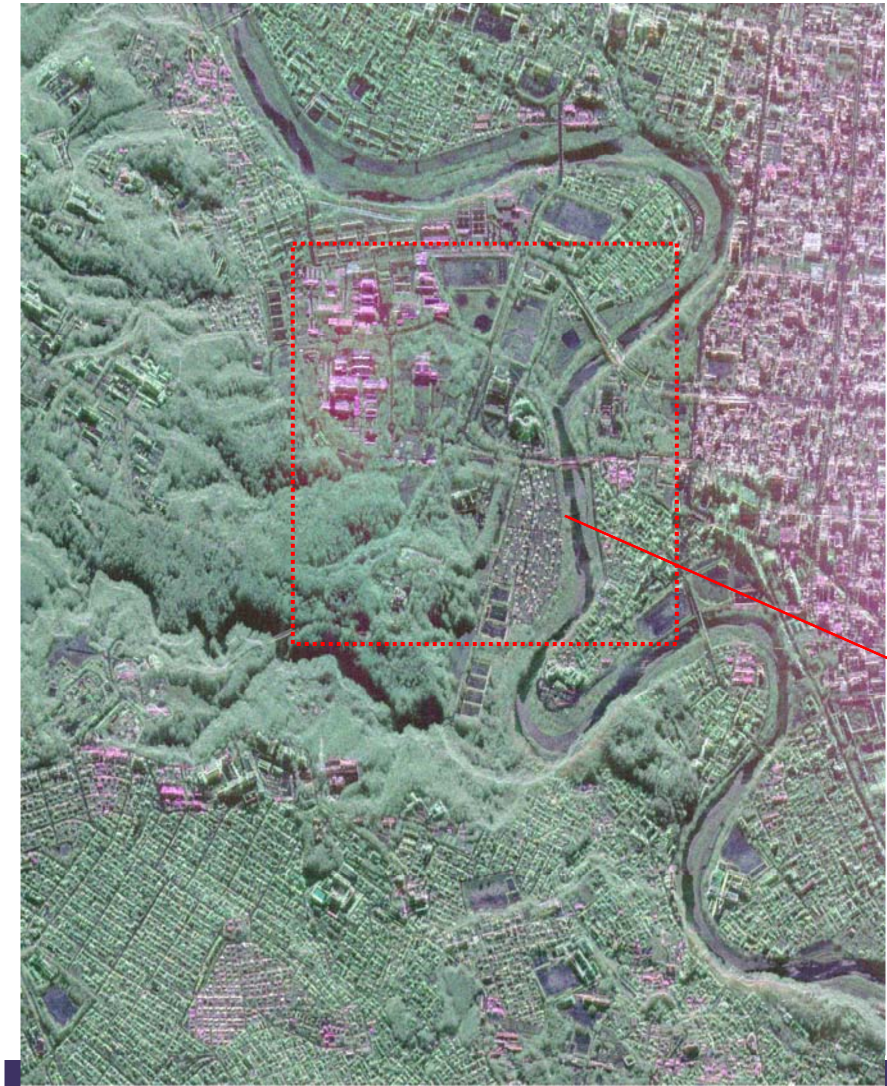
移動方向

照射方向

HH:赤

HV:緑

VV:青

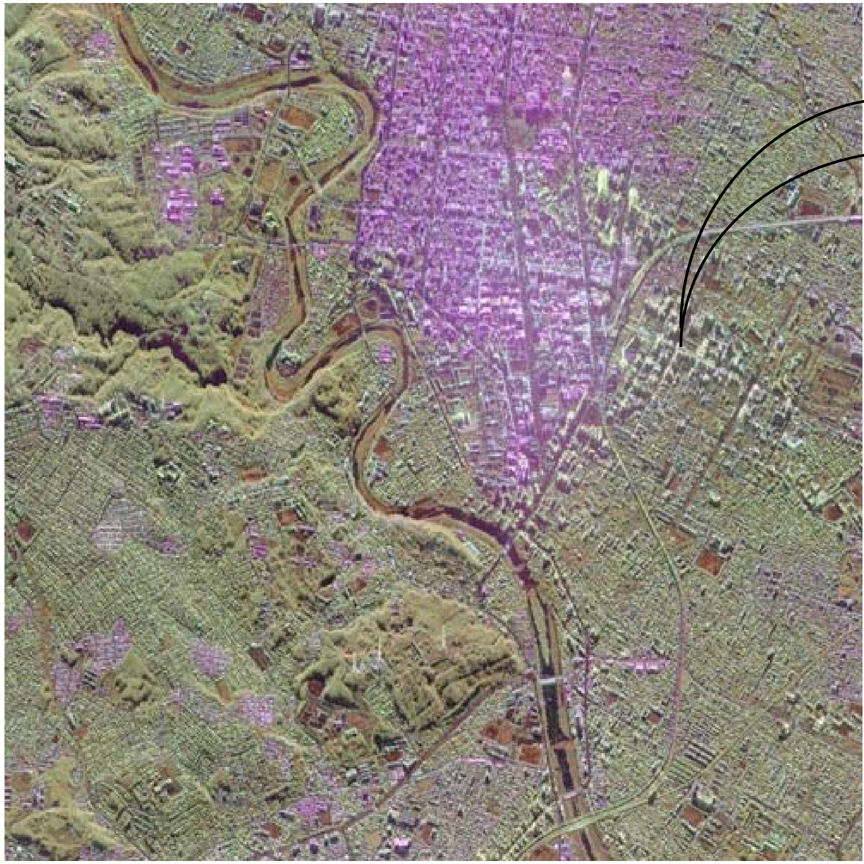


仙台市

川内キャンパス

Pi-SAR POLSAR Image

Azimuth（飛行方向）



Range（照射方向）

Sendai City, 4000pixels*4000pixels,
5000m*5000m, X-band, HH, HV, VV

Sinclair Matrix, Scattering Matrix, 散乱行列

$$[\mathbf{S}] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix}$$

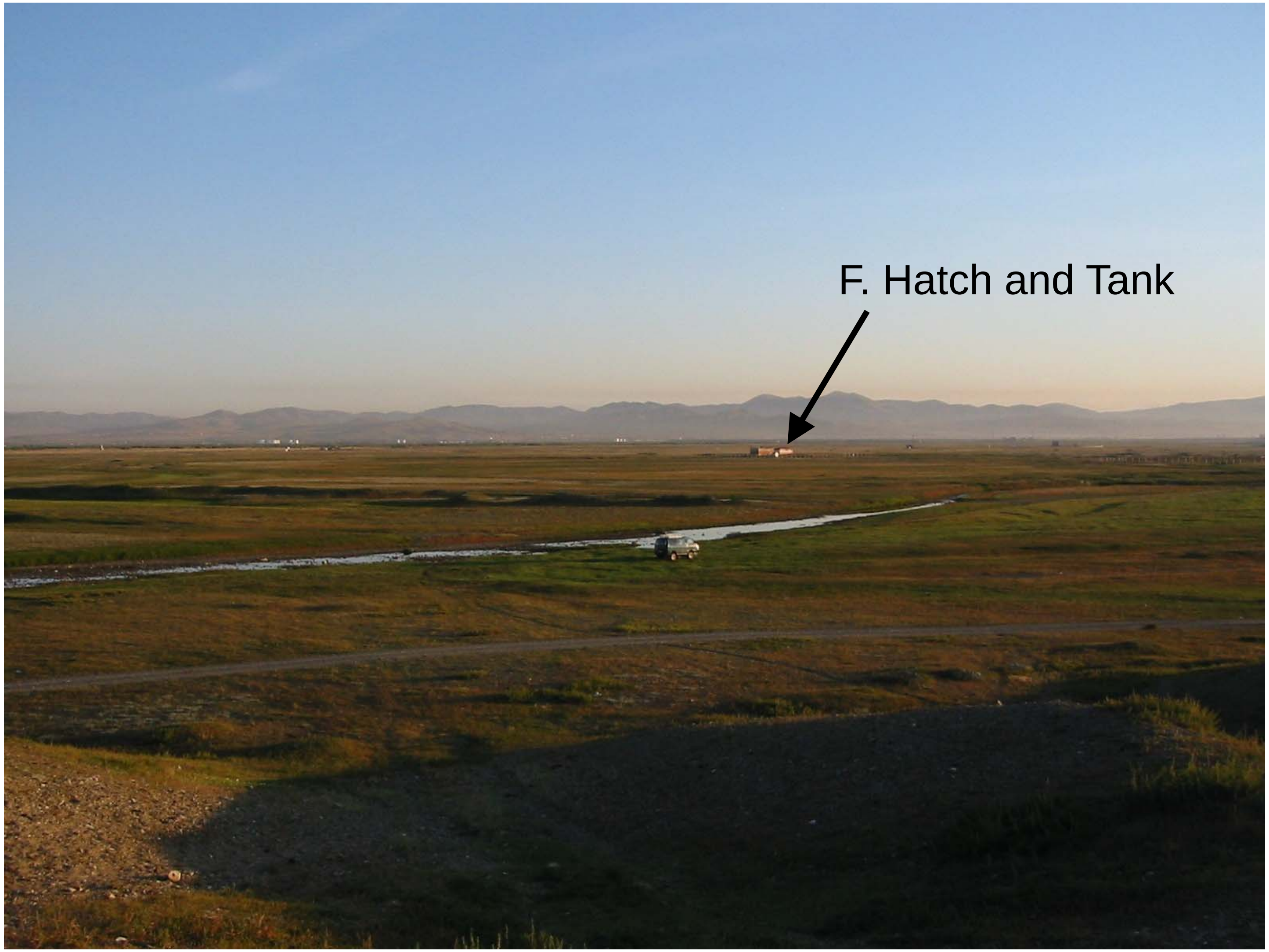
POLSAR dataとは散乱行列からなるデータであり、POLSAR画像データはピクセルごとに1つの散乱行列が対応する二次元データ.

[S]は次式のように定義.

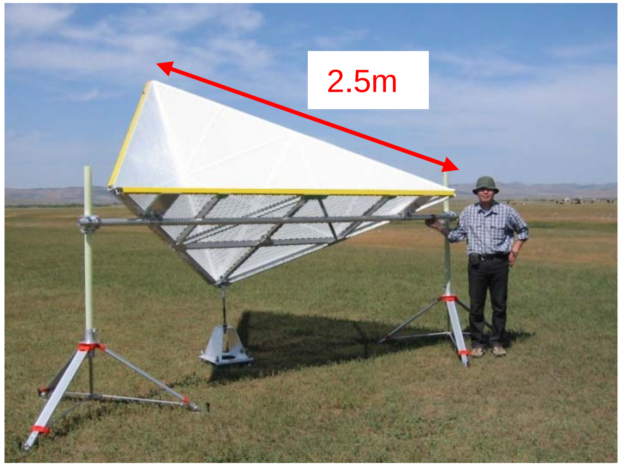
$$\begin{bmatrix} E_H^s \\ E_V^s \end{bmatrix} = [\mathbf{S}] \begin{bmatrix} E_H^t \\ E_V^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_H^t \\ E_V^t \end{bmatrix}$$

通常、レーダ観測では直線の水平偏波Hと垂直偏波Vが使われ、E^tは送信電界、E^sは受信電界を表す．例えば、S_{HV}とは垂直偏波Vで送信、水平偏波Hで受信するチャンネルの偏波情報を表す.

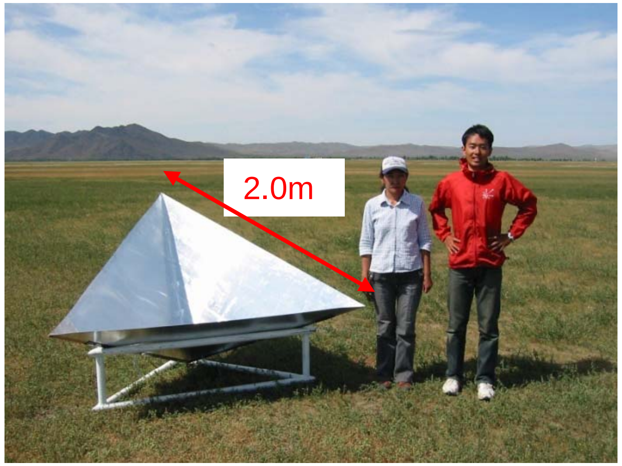
Overview of Site



CRs

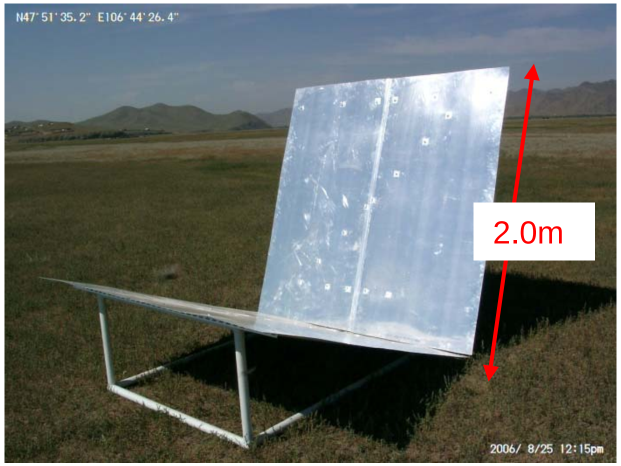


A. L-size Trihedral CR

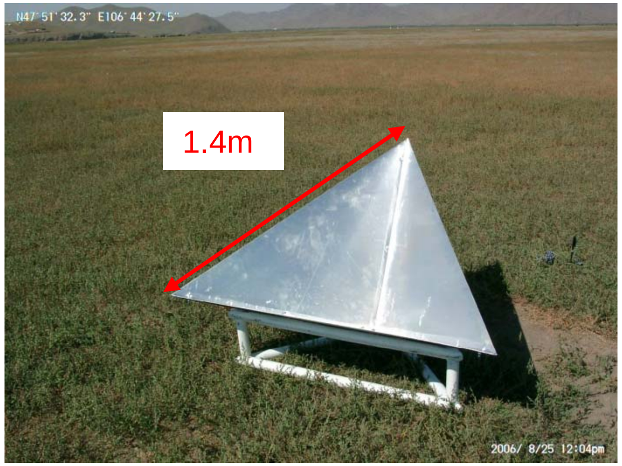


B. M-size Trihedral CR

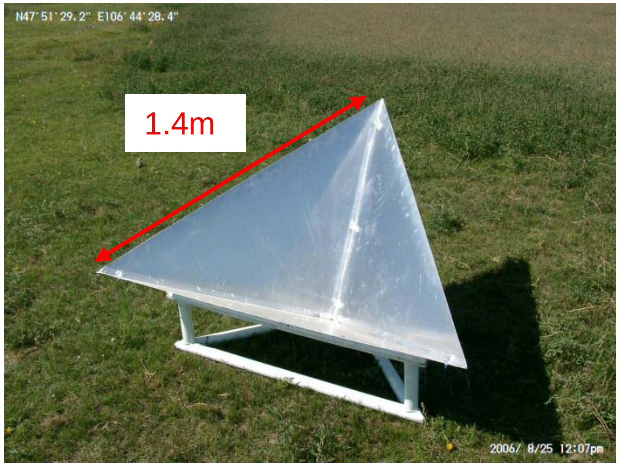

F. Hatch and tank



C. Dihedral CR

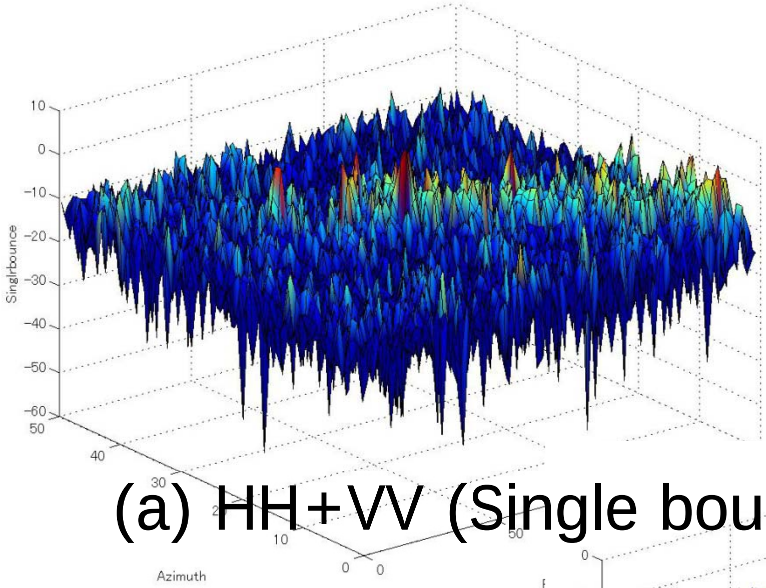


D. S-size Trihedral CR

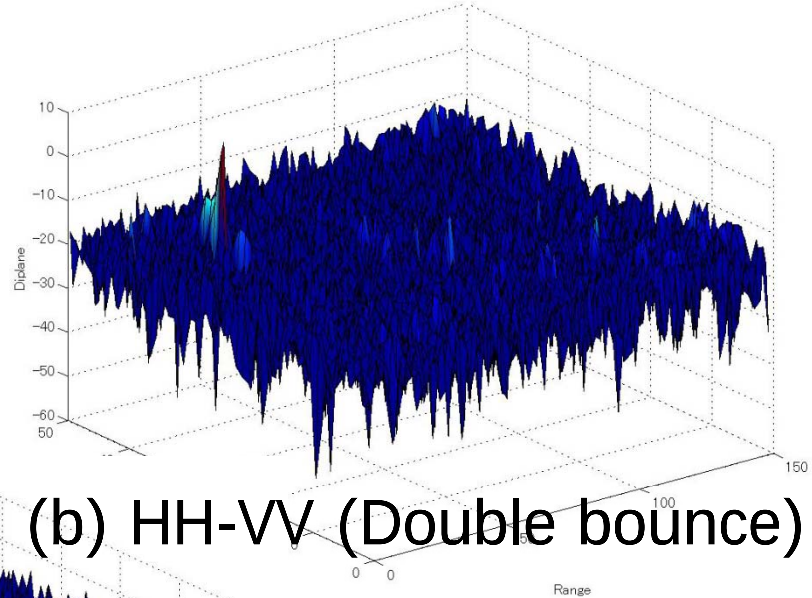


E. S-size Trihedral CR

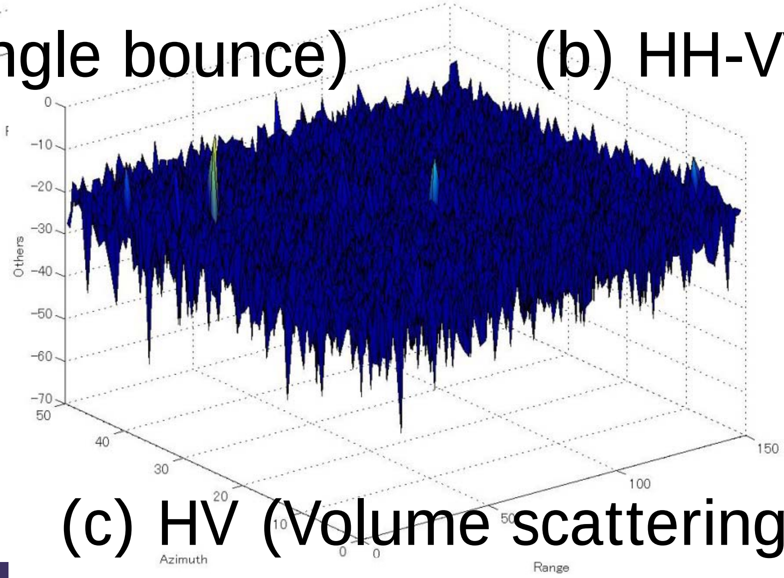
Pauli decomposed polarimetric SAR image of targets



(a) HH+VV (Single bounce)



(b) HH-VV (Double bounce)



(c) HV (Volume scattering)

偏波シグネチャー

$$P = \left|V\right|^2 = \left|\boldsymbol{h}^T \left[S\right] \boldsymbol{E}_t\right|^2$$

偏波受信電力

$$\boldsymbol{E}_t = \begin{bmatrix} \cos\tau & -\sin\tau \\ \sin\tau & \cos\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varepsilon \\ j\sin\varepsilon \end{bmatrix}$$

Tilt angle τ

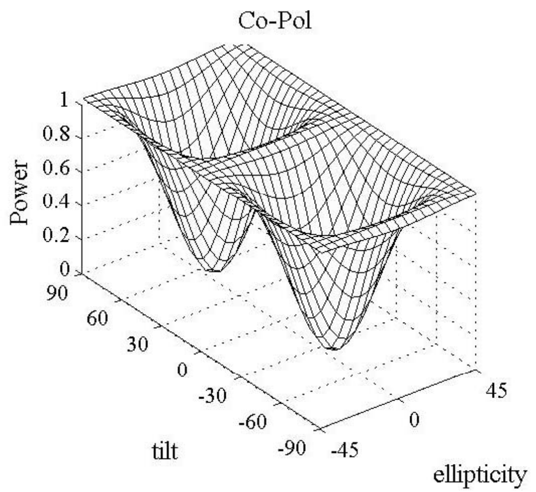
(Orientation angle)

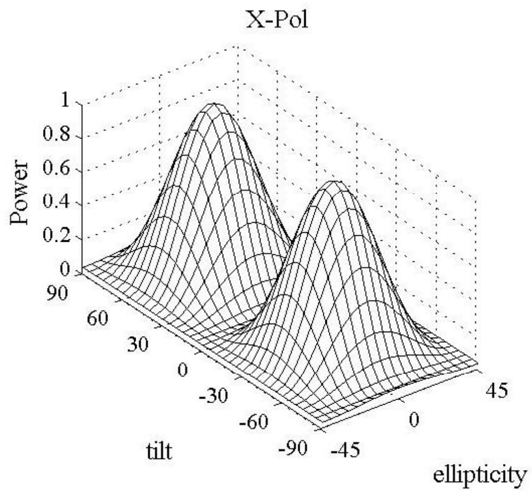
Ellipticity angle ε

Co-Pol（平行偏波）とX-Pol（直交偏波）について
τと εをパラメータにして受信電力を図示する
2x2 行列を視覚的に理解する手段

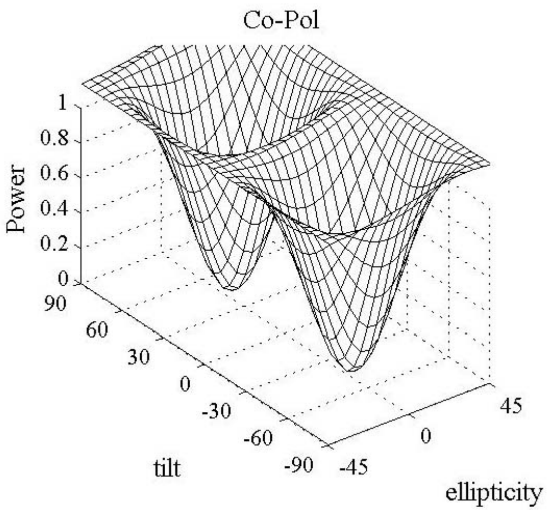
ポーラリメトリック　シグネチャ

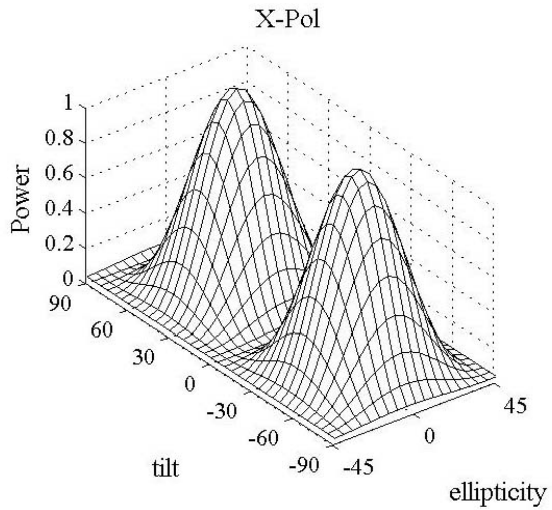
-2x2散乱行列の視覚的判断-





Theoretical





Measured

三面コーナリフレクタ　（平板，球）

$$[S]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad [K]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

二面コーナリフレクタ

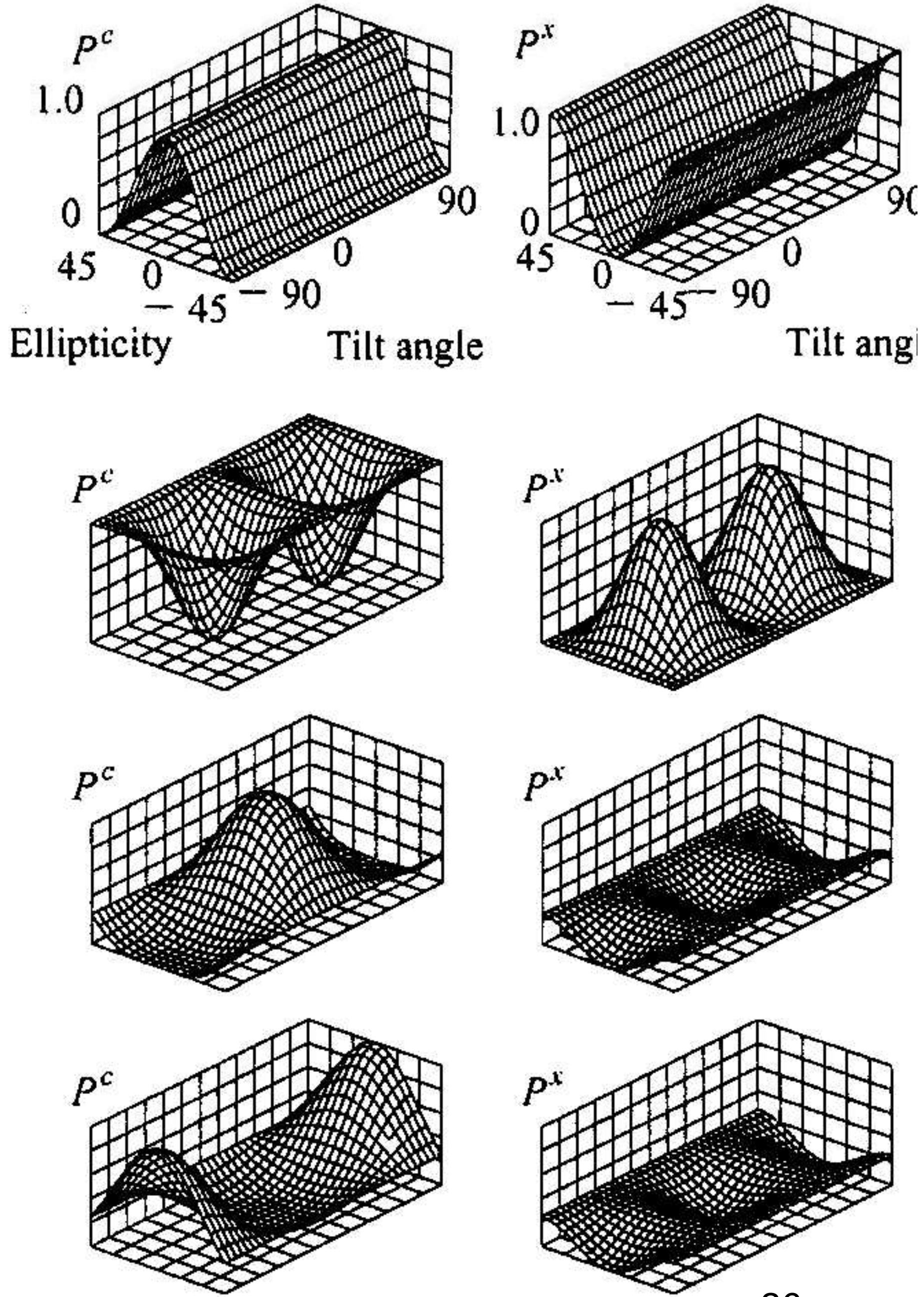
$$[S]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix},\quad [K]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

水平ダイポール

$$[S]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad [K]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

垂直ダイポール

$$[S]=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad [K]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$



Co-Pol チャネル　　　X-Pol チャネル

左ヘリックス

$$[S]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix},\quad [K]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

右ヘリックス

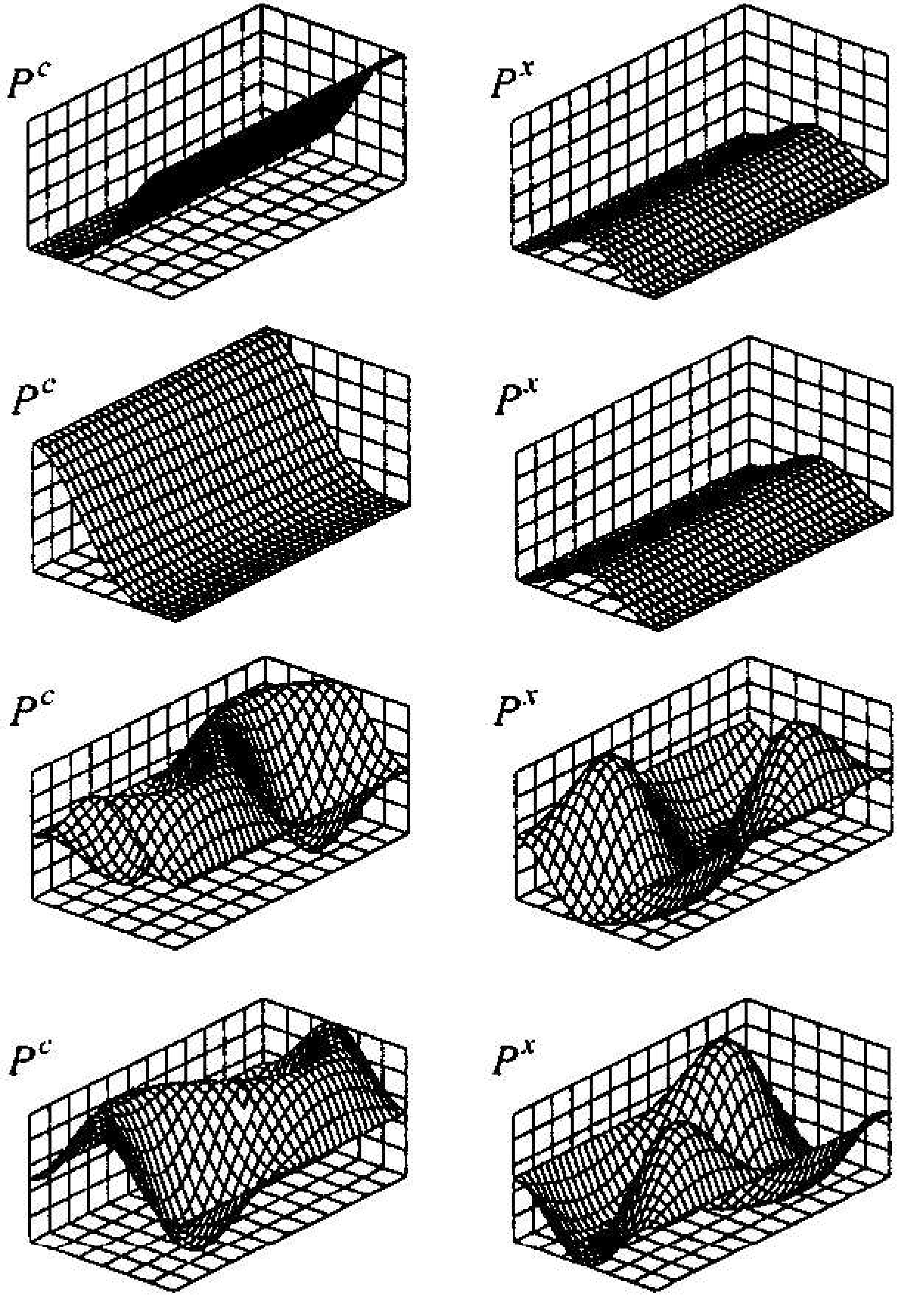
$$[S]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix},\quad [K]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\lambda/8$ 直交ダイポール

$$[S]=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix},\quad [K]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

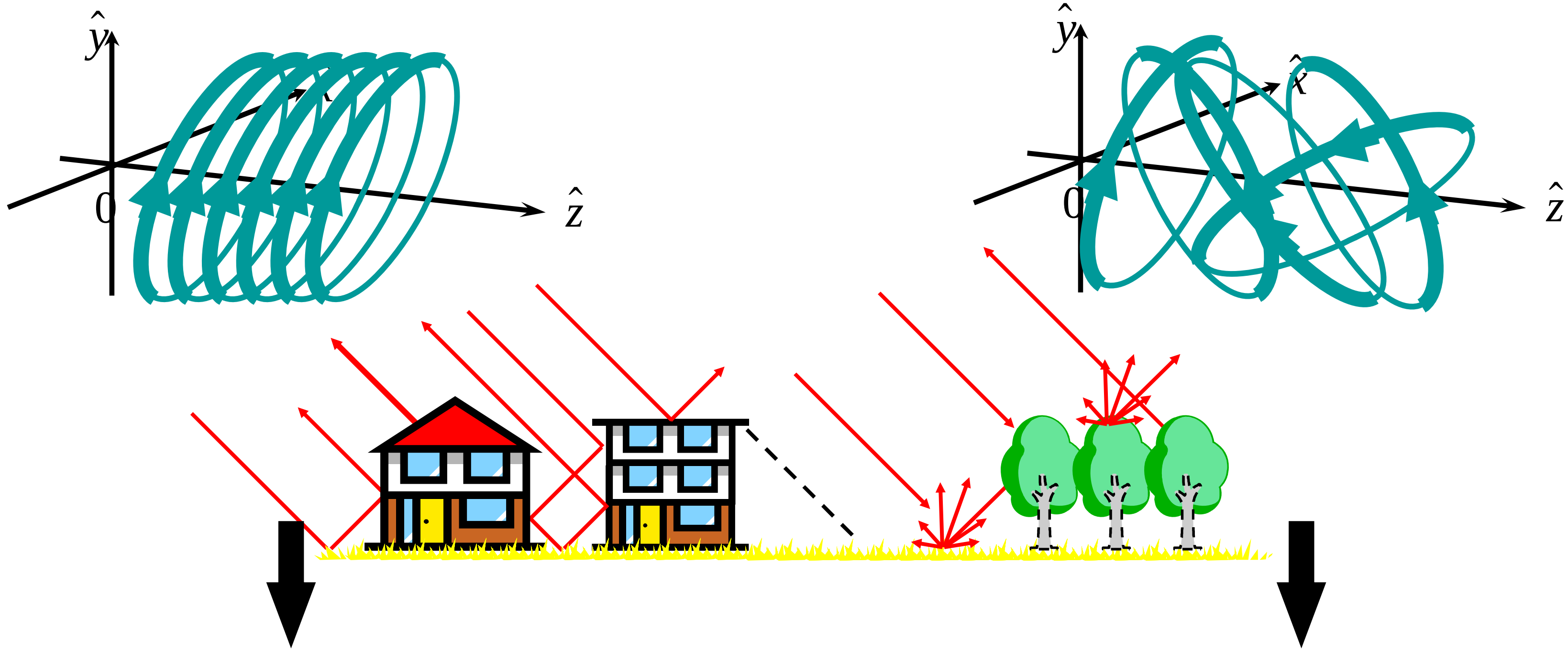
$-\lambda/8$ 直交ダイポール

$$[S]=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix},\quad [K]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Co-Pol チャネル　　X-Pol チャネル

Partially Polarized Waves



DETERMINISTIC SCATTERING

RANDOM SCATTERING

COMPLETELY POLARISED WAVE

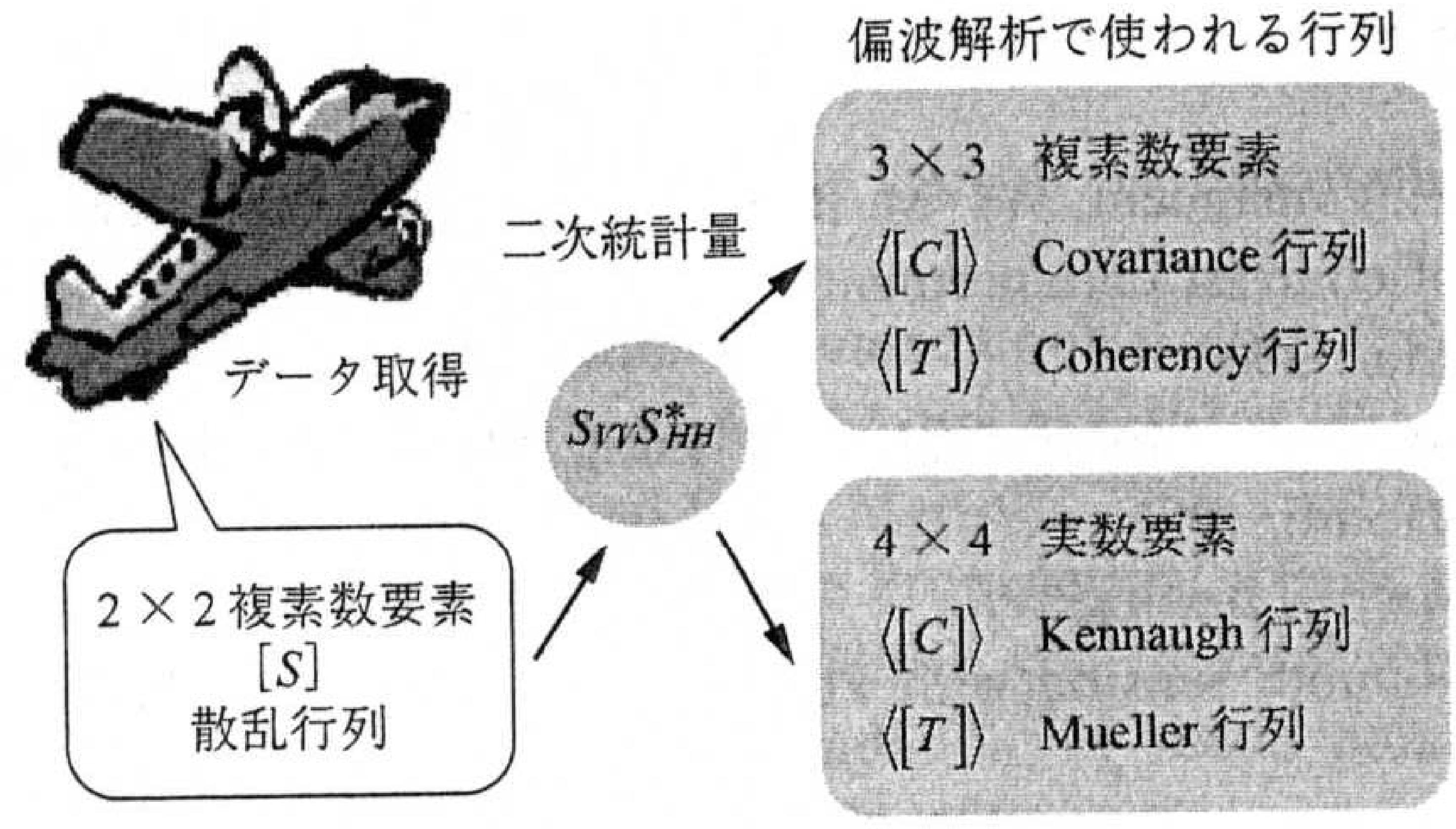
PARTIALLY POLARISED WAVE

Polarisation Ellipse varies in time

Amplitude, Phase: Random processes

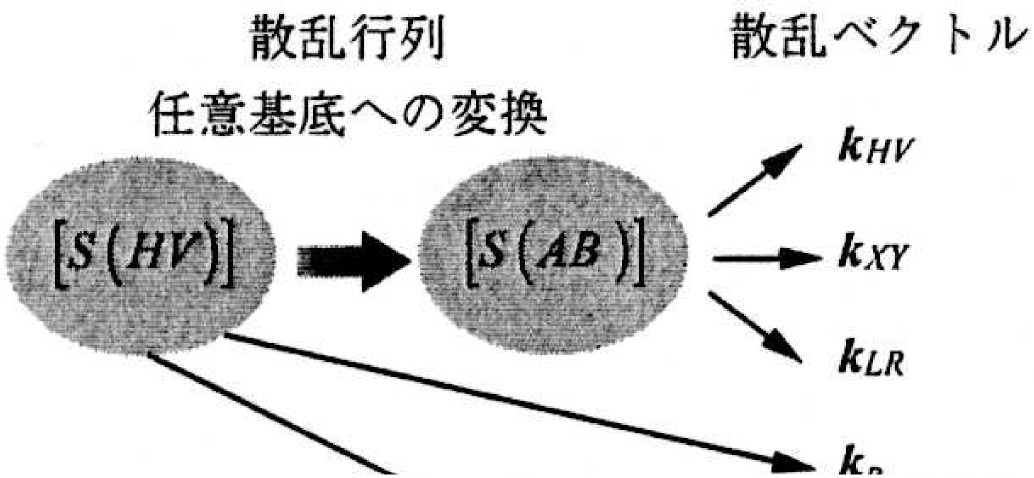
STATISTICAL DESCRIPTION

散乱行列の二次統計量



偏波解析で使われる行列
データ取得
2×2 複素数要素
$[S]$
散乱行列
二次統計量
$S_{VV}S_{HH}^{*}$
3×3 複素数要素
$\langle[C]\rangle$ Covariance 行列
$\langle[T]\rangle$ Coherency 行列
4×4 実数要素
$\langle[C]\rangle$ Kennaugh 行列
$\langle[T]\rangle$ Mueller 行列

散乱行列から他の形式への変換



散乱ベクトル	平均化	
$\boldsymbol{k}_{HV}$	$\left\langle \boldsymbol{k}_{HV}\boldsymbol{k}_{HV}^{\dagger} \right\rangle = \langle [C(HV)] \rangle$	HV 基底の Covariance 行列
$\boldsymbol{k}_{XY}$	$\left\langle \boldsymbol{k}_{XY}\boldsymbol{k}_{XY}^{\dagger} \right\rangle = \langle [C(XY)] \rangle$	45° 回転した XY 基底の Covariance 行列
$\boldsymbol{k}_{LR}$	$\left\langle \boldsymbol{k}_{LR}\boldsymbol{k}_{LR}^{\dagger} \right\rangle = \langle [C(LR)] \rangle$	円偏波基底の Covariance 行列
$\boldsymbol{k}_{P}$	$\left\langle \boldsymbol{k}_{P}\boldsymbol{k}_{P}^{\dagger} \right\rangle = \langle [T] \rangle$	Coherency 行列
$_{V}S_{HH}^{*}$	$\langle [M] \rangle \quad \langle [K] \rangle$	Mueller 行列，Kennaugh 行列

散乱ベクトル(基底変換)

$$\boldsymbol{k}_{HV} = \begin{bmatrix} S_{HH} \\ \sqrt{2}S_{HV} \\ S_{VV} \end{bmatrix} = \boldsymbol{k}_L$$

HV基底

$$\boldsymbol{k}_{hv} = \begin{bmatrix} S_{hh} \\ \sqrt{2}S_{hv} \\ S_{vv} \end{bmatrix} = [U_\theta]\boldsymbol{k}_L, \quad [U_\theta] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sqrt{2}\sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \\ -\sqrt{2}\sin\theta\cos\theta & \cos 2\theta & \sqrt{2}\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & -\sqrt{2}\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta \end{bmatrix}$$

θ回転した

hv基底

$$\boldsymbol{k}_{XY} = \begin{bmatrix} S_{XX} \\ \sqrt{2}S_{XY} \\ S_{YY} \end{bmatrix} = [U_{XY}]\boldsymbol{k}_L, \quad [U_{XY}] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & -\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$$

45度回転したXY基底

$$\boldsymbol{k}_{LR} = \begin{bmatrix} S_{LL} \\ \sqrt{2}S_{LR} \\ S_{RR} \end{bmatrix} = [U_C]\boldsymbol{k}_L, \quad [U_C] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} & -1 \\ j\sqrt{2} & 0 & j\sqrt{2} \\ -1 & j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$$

円偏波LR基底

散乱ベクトル

	HV		XY		LR		パウリ
	$[S(HV)]$	$\boldsymbol{k}_{HV}$	$[S(XY)]$	$\boldsymbol{k}_{XY}$	$[S(LR)]$	$\boldsymbol{k}_{LR}$	$\boldsymbol{k}_P$
平板，球	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & j\\j & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\j\sqrt{2}\\0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\sqrt{2}\\0\\0\end{bmatrix}$
二面 CR	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & -1\\-1 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\-\sqrt{2}\\0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\\sqrt{2}\\0\end{bmatrix}$
H ダイポール	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\-\sqrt{2}\\-1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & j\\j & -1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\j\sqrt{2}\\-1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$
V ダイポール	$\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\\sqrt{2}\\1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1 & j\\j & 1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1\\j\sqrt{2}\\1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix}$
左ヘリックス	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & j\\j & -1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\j\sqrt{2}\\-1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}j & -1\\-1 & -j\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-j\\-\sqrt{2}\\-j\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0\\0\\-1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0\\1\\j\end{bmatrix}$
右ヘリックス	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & -j\\-j & -1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\-j\sqrt{2}\\-1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-j & -1\\-1 & j\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-j\\-\sqrt{2}\\-j\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0\\1\\-j\end{bmatrix}$

平均化Covariance 行列

$$\left\langle [C] \right\rangle^{HV} = \frac{1}{n}\sum^{n} k_{HV} k_{HV}^{\dagger}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \left\langle S_{HH} S_{HH}^{*} \right\rangle & \sqrt{2}\left\langle S_{HH} S_{HV}^{*} \right\rangle & \left\langle S_{HH} S_{VV}^{*} \right\rangle \\ \sqrt{2}\left\langle S_{HV} S_{HH}^{*} \right\rangle & 2\left\langle S_{HV} S_{HV}^{*} \right\rangle & \sqrt{2}\left\langle S_{HV} S_{VV}^{*} \right\rangle \\ \left\langle S_{VV} S_{HH}^{*} \right\rangle & \sqrt{2}\left\langle S_{VV} S_{HV}^{*} \right\rangle & \left\langle S_{VV} S_{VV}^{*} \right\rangle \end{bmatrix}$$

平均化Covariance（分散）行列の意味

$$\left\langle S_{HH} S_{HH}^{*} \right\rangle$$

対角要素： パワー

$$\left\langle S_{HH} S_{VV}^{*} \right\rangle$$

非対角要素： 成分間の位相差の平均値：安定性

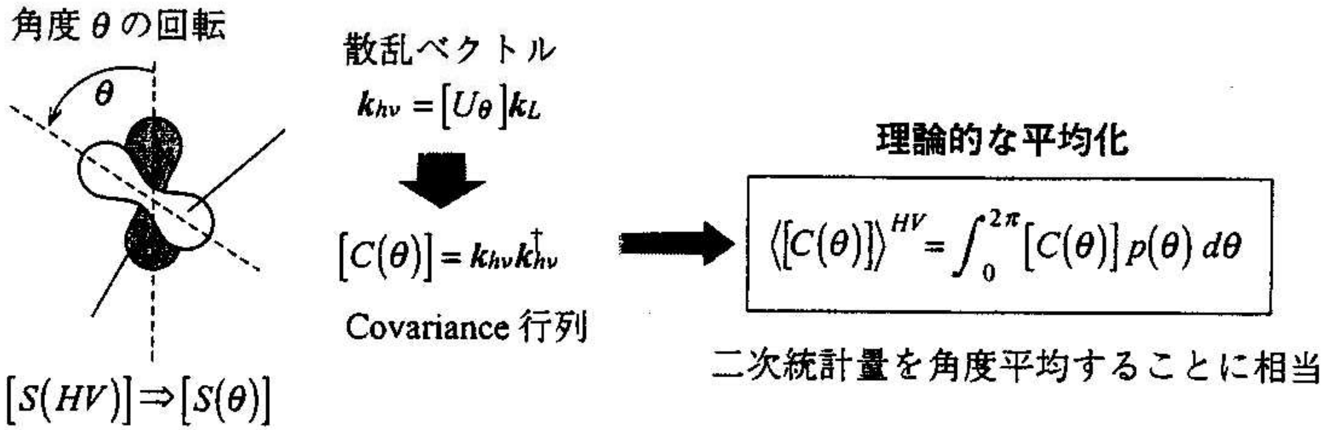
$$\gamma(HH,VV) = \frac{\left\langle S_{HH} S_{VV}^{*} \right\rangle}{\left\langle S_{HH} S_{HH}^{*} \right\rangle \left\langle S_{VV} S_{VV}^{*} \right\rangle}$$

平均化Coherence 行列

$$\langle [\mathbf{T}] \rangle = \frac{1}{n}\sum^{n} k_P k_P^*$$

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \left\langle |S_{HH}+S_{VV}|^2 \right\rangle & \left\langle (S_{HH}+S_{VV})(S_{HH}-S_{VV})^* \right\rangle & \left\langle 2S_{HV}{}^*(S_{HH}+S_{VV}) \right\rangle \\ \left\langle (S_{HH}-S_{VV})(S_{HH}+S_{VV})^* \right\rangle & \left\langle |S_{HH}-S_{VV}|^2 \right\rangle & \left\langle 2S_{HV}{}^*(S_{HH}-S_{VV}) \right\rangle \\ \left\langle 2S_{HV}(S_{HH}+S_{VV})^* \right\rangle & \left\langle 2S_{HV}(S_{HH}-S_{VV})^* \right\rangle & \left\langle 4|S_{HV}|^2 \right\rangle \end{bmatrix}$$

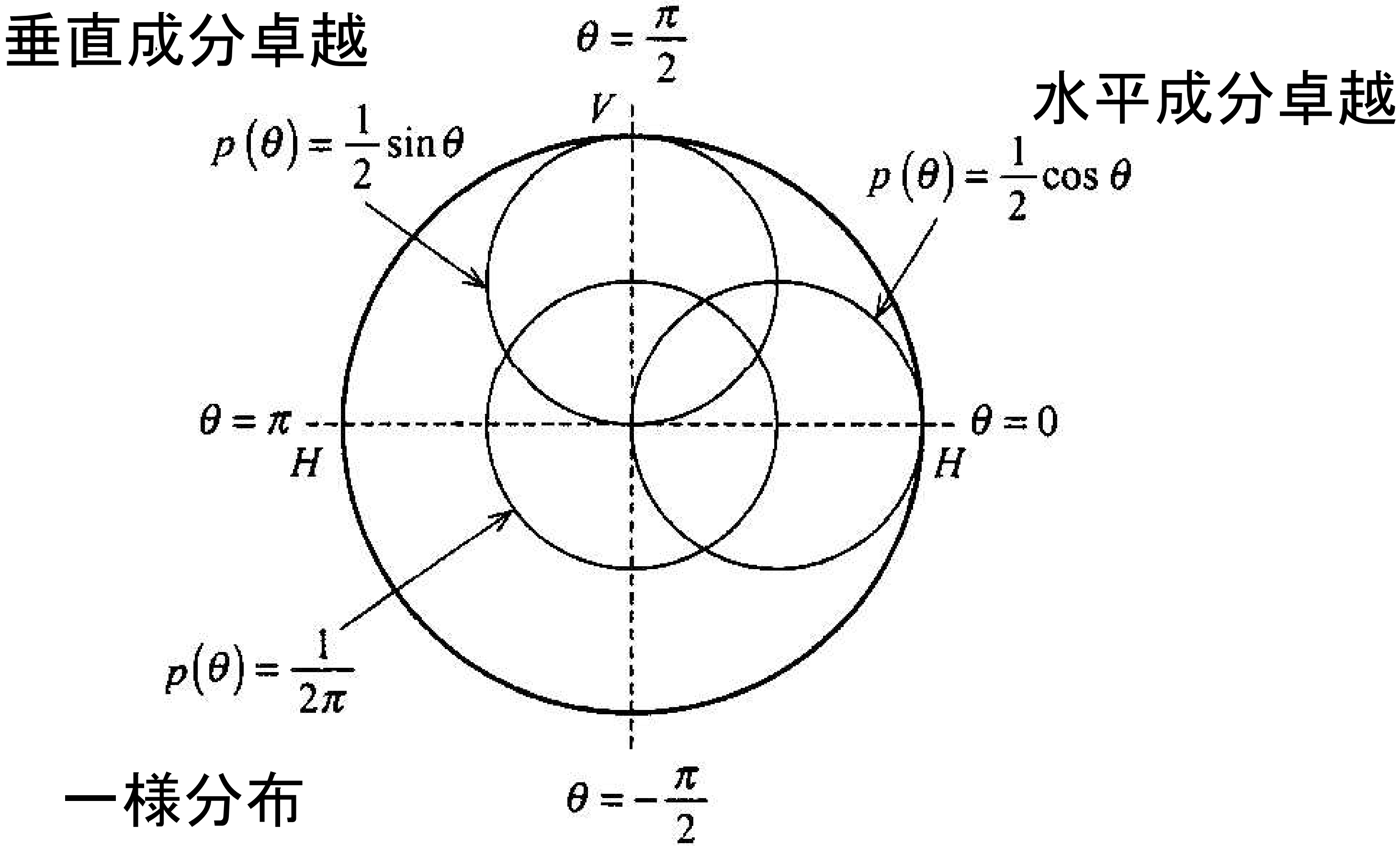
数学的な平均化



$$\left\langle \left[C(\theta) \right] \right\rangle^{HV} = \int_0^{2\pi} \left[C(\theta) \right] p(\theta)\, d\theta$$

$p(\theta)$ ターゲットの方向に関する確率密度関数

確率密度関数



垂直成分卓越
$\theta = \frac{\pi}{2}$
水平成分卓越
V
$p(\theta) = \frac{1}{2}\sin\theta$
$p(\theta) = \frac{1}{2}\cos\theta$
$\theta = \pi$
H
$\theta = 0$
H
$p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$
一様分布
$\theta = -\frac{\pi}{2}$

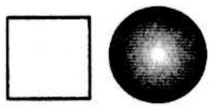
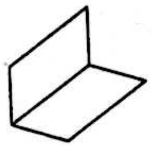
代表的なターゲットの平均化Covariance　行列

	散乱行列 $\begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix}$	平均化 Covariance 行列 $\langle [C(\theta)] \rangle$		
		$p(\theta)=\frac{1}{2\pi}$	$p(\theta)=\frac{1}{2}\sin\theta$	$p(\theta)=\frac{1}{2}\cos\theta$
平板，球	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Hダイポール	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{8}\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 8 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
Vダイポール	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{8}\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
H二面 CR	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 7 & 0 & -7 \\ 0 & 16 & 0 \\ -7 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 7 & 0 & -7 \\ 0 & 16 & 0 \\ -7 & 0 & 7 \end{bmatrix}$
V二面 CR	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 7 & 0 & -7 \\ 0 & 16 & 0 \\ -7 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 7 & 0 & -7 \\ 0 & 16 & 0 \\ -7 & 0 & 7 \end{bmatrix}$
左ヘリックス	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & -j\sqrt{2} & -1 \\ j\sqrt{2} & 2 & -j\sqrt{2} \\ -1 & j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & -j\sqrt{2} & -1 \\ j\sqrt{2} & 2 & -j\sqrt{2} \\ -1 & j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & -j\sqrt{2} & -1 \\ j\sqrt{2} & 2 & -j\sqrt{2} \\ -1 & j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$
右ヘリックス	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & -j\sqrt{2} & -1 \\ -j\sqrt{2} & 2 & j\sqrt{2} \\ -1 & -j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} & -1 \\ -j\sqrt{2} & 2 & j\sqrt{2} \\ -1 & -j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} & -1 \\ -j\sqrt{2} & 2 & j\sqrt{2} \\ -1 & -j\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$

代表的なターゲットの平均化Coherency　行列

	散乱行列 $\begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix}$	平均化 Coherency 行列 $\langle [T(\theta)] \rangle$		
		$P(\theta)=\frac{1}{2\pi}$	$P(\theta)=\frac{1}{2}\sin\theta$	$P(\theta)=\frac{1}{2}\cos\theta$
平板，球	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Hダイポール	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{30}\begin{bmatrix} 15 & -5 & 0 \\ -5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{30}\begin{bmatrix} 15 & -5 & 0 \\ -5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
Vダイポール	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{30}\begin{bmatrix} 15 & 5 & 0 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{30}\begin{bmatrix} 15 & 5 & 0 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
H二面 CR	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$
V二面 CR	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{15}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$
左ヘリックス	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -j \\ 0 & j & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -j \\ 0 & j & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -j \\ 0 & j & 1 \end{bmatrix}$
右ヘリックス	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & j \\ 0 & -j & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & j \\ 0 & -j & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & j \\ 0 & -j & 1 \end{bmatrix}$

基本ターゲットの平均化偏波行列

	ターゲット	Covariance 行列 $\langle[C(\theta)]\rangle$	Coherency 行列 $\langle[T(\theta)]\rangle$	Kennaugh 行列 $\langle[K(\theta)]\rangle$
平板，球		$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&0&1\\0&0&0\\1&0&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{bmatrix}$
二面 CR		$\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&2&0\\-1&0&1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$
ダイポール		$\frac{1}{8}\begin{bmatrix}3&0&1\\0&2&0\\1&0&3\end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{4}\begin{bmatrix}2&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$
左ヘリックス		$\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1&-j\sqrt{2}&-1\\j\sqrt{2}&2&-j\sqrt{2}\\-1&j\sqrt{2}&1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&1&-j\\0&j&1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&0&0&-1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\-1&0&0&1\end{bmatrix}$
右ヘリックス		$\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1&j\sqrt{2}&-1\\-j\sqrt{2}&2&j\sqrt{2}\\-1&-j\sqrt{2}&1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&j\\0&-j&1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&1\end{bmatrix}$

Covariance, Coherence 行列の情報は等価

散乱行列

$$[S(HV)] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix}$$

LR 円基底

$$[S(LR)] = \begin{bmatrix} S_{LL} & S_{LR} \\ S_{LR} & S_{RR} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}[S(HV)]\begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

散乱ベクトル　　散乱ベクトル

$$\boldsymbol{k}_P = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} S_{HH} + S_{VV} \\ S_{HH} - S_{VV} \\ 2S_{HV} \end{bmatrix} = [U_p]\boldsymbol{k}_{HV} \quad \Longleftrightarrow \quad \boldsymbol{k}_{HV} = \begin{bmatrix} S_{HH} \\ \sqrt{2}S_{HV} \\ S_{VV} \end{bmatrix} \quad \Longleftrightarrow \quad \boldsymbol{k}_{LR} = \begin{bmatrix} S_{LL} \\ \sqrt{2}S_{LR} \\ S_{RR} \end{bmatrix} = [U_c]\boldsymbol{k}_{HV}$$

Coherency 行列　　Covariance 行列

$$\langle[T]\rangle = \langle \boldsymbol{k}_P \boldsymbol{k}^{\dagger}_P \rangle \longleftarrow \langle[C(HV)]\rangle = \langle \boldsymbol{k}_{HV} \boldsymbol{k}^{\dagger}_{HV} \rangle \longrightarrow \langle[C(LR)]\rangle = \langle \boldsymbol{k}_{LR} \boldsymbol{k}^{\dagger}_{LR} \rangle$$

$$= [U_p]\langle[C(HV)]\rangle[U_p]^{\dagger}$$

HV 基底

$$= [U_c]\langle[C(HV)]\rangle[U_c]^{\dagger}$$

$$[U_p] = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$

ユニタリ変換行列

$$[U_c] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} & -1 \\ j\sqrt{2} & 0 & j\sqrt{2} \\ -1 & j\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$$